

УДК 621.327

В. Ф. Харченко, докт. техн. наук,
А. А. Якунин, асп.
 Харьковская национальная академия
 городского хозяйства
 E-mail: YAKUNIN_AA_KH@mail.ru

МОДИФИЦИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ РАЗРЯДНОЙ ЛАМПЫ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ С ИНДУКТИВНЫМ БАЛЛАСТОМ

Введение. В системах освещения бытового и промышленного назначения используют различные источники света – лампы накаливания, разрядные лампы (РЛ) и светодиоды [1]. До настоящего времени наиболее оптимальными (с высокими показателями долговечности, мощности и экономичности) источниками оптического излучения, предназначенными для освещения промышленных и гражданских объектов, являются разрядные лампы высокого давления (РЛВД) [2]. Их работу обеспечивают пускорегулирующие аппараты (ПРА) различного принципа действия [1 – 3]. Хотя в последний период большее распространение получают электронные ПРА, все же самыми распространенными в эксплуатируемых системах освещения остаются электромагнитные ПРА, простейшим из которых служит последовательно включенный дроссель (Др) (рис. 1).

Анализ состояния проблемы. Для внешней сети комплект РЛВД – Др представляет собой нелинейную динамическую нагрузку с существенной инерционностью. При промышленной частоте питающего напряжения в нем происходят различные по характеру и длительности процессы.

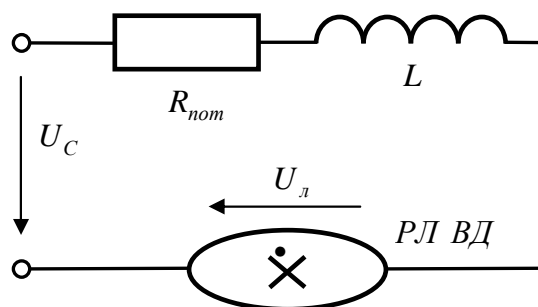


Рис 1 - Схема включения РЛВД
с индуктивным балластом

Их можно разделить на следующие стадии: пусковой период (с близкой к нулю электропроводностью лампы); период зажигания (с медленной динамикой возрастания электропроводности); эксплуатационный период (номинальный установившийся режим, при котором дважды за период питающего напряжения происходит угасание и перезажигание лампы).

Большинство известных математических моделей [3] ориентировано, прежде всего, на адекватное представление статических характеристик РЛВД, пригодных также для описания квазистационарных (установившихся) режимов эксплуатации. Эти модели носят чисто алгебраический аппроксимационный характер и, как правило, строятся в классе обычных или тригонометрических полиномов с оцениваемыми коэффициентами или как частные суммы степенных либо тригонометрических рядов.

При этом анализе процессов пуска и зажигания не уделяется достаточно внимания, хотя особенности динамики изменения режимных (электрических) параметров лампы (напряжение, проводимость, сила тока, мощность) оказывают значительное влияние на эксплуатационные характеристики РЛ ВД. Это объясняется, во-первых, сложностью синтеза адекватных моделей наблюдаемых нестационарных (переходных) явлений, обусловленных как особенностями самой лампы, так и переменным характером питающего напряжения. Отражение физических закономерностей этих процессов приводит к системе, включающей обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ), дополненные алгебраическими связями [3 – 7]. Во-вторых, трудоемкостью адаптации имеющегося математического аппарата для оперирования с полученными дифференциально-алгебраическими системами (ДАС), которые обладают существенной нелинейностью и переменной степенью жесткости [8, 9] на разных временных интервалах. Необходимость более точных расчетов нестационарных процессов с учетом нелинейных динамических характеристик структурных компонент и их взаимосвязей требует как создания уточненных математических моделей этих процессов, так и разработки соответствующих инженерных методик их применения. Таким образом, остается актуальной задача построения программно реализованных моделей нестационарных режимов РЛ ВД, допускающих эффективное оперирование с ними.

Существует несколько подходов к моделированию существенно нестационарных режимов РЛ. Предложенные в [3, 4, 7] математические представления разработаны на основе анализа причинно-следственных взаимосвязей между параметрами и содержат физически определенные константы и подстраиваемые коэффициенты, которые косвенно оцениваются по экспериментальным данным. В ряде исследований [3,6] для создания моделей непосредственно используется формальный аппарат регрессионного анализа, позволяющий проводить структурную и параметрическую идентификацию исследуемых зависимостей непосредственно по эмпирическим данным. Наиболее продуктивным представляется комбинированный подход [3, 5, 6]: физически обоснованные модели преобразуются (используя дополнительные предположения) в более простые соотношения, которые адаптируются к экспериментальным данным средствами регрессионного анализа. Такой способ описания исследуемых объектов позволяет расширить сферы применения и уточнить исходные представления протекающих в них процессов, что обеспечивается заменой постоянных коэффициентов аппроксимационными зависимостями и учетом дополнительных факторов. Синтезированная в соответствии с данным комбинированным подходом дифференциально-алгебраическая система [3] принята в качестве базовой модели нестационарных процессов в РЛ ВД.

Цель. Создание на базе известной модели [3] ее численно устойчивой модификации, предназначенной для описания нестационарных режимов комплекта РЛ ВД – Др при произвольных начальных условиях с применением современных вычислительных методов.

Модификация базовой модели переходных процессов в комплекте РЛ ВД – Др. Пусть t – время, с; u_c – напряжение внешнего питания, В; L – индуктивность дросселя, Гн; $R_{\text{пот}}$ – активное сопротивление цепи, Ом; $u_{\text{л}}$ – напряжение на лампе, В; U_0 – номинальное напряжение на лампе, В; $i_{\text{л}}$ – сила тока через лампу, А; $P_{\text{л}}$ – мощность лампы, Вт; P_0 – номинальная мощность лампы, Вт; $G_{\text{л}}$ – проводимость лампы, См; $g_{\text{л}}$ – приведенная проводимость лампы, отражающая среднюю концентрацию электронов, См; β – безразмерный переменный коэффициент пропорциональности, отражающий подвижность электронов.

Взятая за основу дифференциально-алгебраическая модель РЛ ВД [3]:

$$dg_{\text{л}}/dt = g_{\text{л}}^2 A_{\text{л}} U_0^2 \left[(u_{\text{л}} / U_0)^2 - 1 \right] / \left[1 + k_1 (|u_{\text{л}}| / U_0 - 1) \right]; \quad (1)$$

$$d\beta/dt = \left[k_2 + k_3 (|u_{\text{л}}| / U_0)^{k_4} \right] \left[1 + k_1 (|u_{\text{л}}| / U_0 - 1) - \beta \right]; \quad (2)$$

$$G_{\text{л}} = \beta g_{\text{л}}; \quad i_{\text{л}} = G_{\text{л}} u_{\text{л}} \quad (3)$$

дополнена уравнением

$$di_{\text{л}}/dt = (1/L)(u_{\text{с}} - i_{\text{л}} R_{\text{пот}} - i_{\text{л}} / G_{\text{л}}), \quad (4)$$

которое описывает второй закон Кирхгофа для схемы последовательного включения РЛ ВД с индуктивным балластом с учетом активного сопротивления. Здесь $A_{\text{л}}$, k_1 , k_2 , k_3 , k_4 – оцениваемые постоянные коэффициенты. Согласно [3]:

$$k_1 = 0,6; \quad k_2 = 1,5 \cdot 10^4; \quad k_3 = 3 \cdot 10^4; \quad k_4 = 1,5, \quad (5)$$

а значение коэффициента $A_{\text{л}}$ зависит от типа лампы. В частности, для лампы ДРЛ-400 [3]:

$$P_0 = 400; \quad U_0 = 131; \quad A_{\text{л}} = 5,5. \quad (6)$$

Таким образом, комплект РЛ ВД – Др моделируется ДАС (1) – (4), включающей три дифференциальных и два алгебраических уравнения. Предыстория моделируемых процессов учитывается заданием начальных условий, их инерционность отражается наличием соответствующих производных по времени, а взаимосвязи между электрическими параметрами задаются алгебраическими соотношениями. Дифференциальные уравнения содержат неопределенные коэффициенты, которые приближенно оцениваются по экспериментальным данным. Алгебраические уравнения выражают жесткие функциональные зависимости и не содержат оцениваемых коэффициентов.

При условии $G_{\text{л}} \neq 0$ индекс дифференцирования [8, 9] ДАС (1) – (4) равен единице, что позволяет свести ее к расширенной системе ОДУ. Однако это повышает вычислительные затраты при оперировании с дифференциальной моделью повышенной размерности. Более продуктивным представляется подход, основанный на исключении части переменных из дифференциальной подсистемы. Поскольку алгебраическая подсистема невырождена и билинейна, то можно аналитически выразить одни режимные переменные через другие. Исключив часть этих переменных, можно перейти к чисто дифференциальной системе без увеличения ее размерности. При этом, поскольку часть переменных (β и $g_{\text{л}}$) непосредственно не наблюдаются, то естественно использовать для описания объекта РЛ ВД – Др метод пространства состояний.

Из второго уравнения связи (3) можно выразить переменную $u_{\text{л}}$ через остальные: $u_{\text{л}} = i_{\text{л}} / (\beta g_{\text{л}})$, а затем исключить $u_{\text{л}}$ и $G_{\text{л}}$ из исходной дифференциальной подсистемы. В результате она принимает вид:

$$dg_{\text{л}}/dt = A_{\text{л}} U_0^2 \left[(i_{\text{л}} / (\beta U_0))^2 - g_{\text{л}}^2 \right] / \left[1 + k_1 (|i_{\text{л}}| / (\beta g_{\text{л}} U_0) - 1) \right]; \quad (7)$$

$$d\beta/dt = [k_2 + k_3(|i_l|/(\beta g_l U_0))^{k_4}] [1 + k_1(|i_l|/(\beta g_l U_0) - 1) - \beta]; \quad (8)$$

$$di_l/dt = (1/L)(u_c - i_l R_{\text{пот}} - i_l/(\beta g_l)). \quad (9)$$

Для уменьшения влияния ошибок округления и достижения соразмерности различных переменных целесообразно перейти к безразмерным величинам:

$$\bar{t} = \frac{t}{T_0}; \quad x_1 = \frac{g_l}{g_0}; \quad x_2 = \beta; \quad x_3 = \frac{i_l}{I_0}; \quad y_1 = x_3; \quad y_2 = \frac{u_l}{U_0} = \frac{x_3}{x_1 x_2}; \quad (10)$$

$$y_3 = \frac{G_l}{G_0} = x_1 x_2; \quad y_4 = \frac{P_l}{P_0} = \frac{u_l i_l}{P_0} = \frac{x_3^2}{x_1 x_2}; \quad w = \frac{u_c}{U_0}, \quad (11)$$

где $T_0, P_0, U_0, I_0, g_0, G_0$ – характерные значения соответствующих электрических параметров. Принято, что U_0 и P_0 – номинальное напряжение на лампе и ее мощность; f и $T_0 = 1/f$ – частота и период внешнего питания (при промышленной частоте $f = 50$ Гц период $T_0 = 0,02$ с); $I_0 = P_0/U_0$ – характерный ток; $g_0 = G_0 = P_0/U_0^2$ – характерная проводимость.

После несложных преобразований можно получить следующую модель нестационарных режимов комплекта РЛ ВД – Др с использованием пространства состояний (над безразмерным временем \bar{t} черта опущена):

$$\begin{cases} dx_1/dt = A_l T_0 P_0 [(x_3/x_2)^2 - x_1^2] / [1 + k_1(|x_3|/(x_1 x_2) - 1)]; \\ dx_2/dt = [k_2 + k_3(|x_3|/(x_1 x_2))^{k_4}] [1 + k_1(|x_3|/(x_1 x_2) - 1) - \beta]; \\ dx_3/dt = (T_0/(LP_0))(U_0^2 w - P_0 R_{\text{пот}} x_3 - U_0^2 x_3/(x_1 x_2)); \end{cases} \quad (12)$$

$$y_1 = x_3; \quad y_2 = x_3/(x_1 x_2); \quad y_3 = x_1 x_2; \quad y_4 = x_3^2/(x_1 x_2). \quad (13)$$

Здесь $x_i = \overline{x_i}(t)$, $i = \overline{1,3}$ – фазовые переменные (переменные состояния); $y_j = y_j(t)$, $j = \overline{1,4}$ – выходные (наблюдаемые) переменные (ток, напряжение, проводимость и мощность лампы); $w = w(t)$ – входное (возмущающее) воздействие; t – время, $t \in [0; T]$; T – длительность промежутка времени, на котором изучается процесс.

При расчетах конкретных процессов рассмотренная модель (12), (13) дополняется начальными условиями:

$$x_i(0) = x_{i0}, \quad i = \overline{1,3}. \quad (14)$$

Дифференциальная система (12) является существенно нелинейной, причем содержит операции деления на фазовые переменные, одна из которых x_1 физически может принимать близкие к нулю значения, что порождает локальную неустойчивость

решения системы. Другими словами, дифференциальная система является локально жесткой [8, 9].

Жесткость системы изменяется в значительных пределах вплоть до вырождения части дифференциальных уравнений в алгебраические при формально допустимом значении $x_1 = 0$. Поэтому для регуляризации задачи при делении на выражения с переменной x_1 используется введение малого параметра $\varepsilon > 0$: $x_1 x_2 \rightarrow x_1 x_2 + \varepsilon$. Величина ε , по физическому смыслу, представляет собой оценку неучтенной в исходной модели составляющей начальной проводимости лампы в пусковом режиме, обуславливающей наличие малых токов тлеющего разряда между основными и дополнительными электродами. Принято $\varepsilon = 10^{-3}$.

Современные эффективные методы решения жестких систем ОДУ [8, 9] используют якобиан правой части системы. Однако система (12) содержит недифференцируемую в нуле операцию взятия модуля $|x_3|$, поэтому для повышения устойчивости вычислительного процесса применяется замена $|x_3| \rightarrow \sqrt{x_3^2 + \delta}$, где $\delta > 0$ – малое положительное число. Поскольку практические расчеты электрических параметров ведутся с точностью не более шести значащих цифр, то принято $\delta = 10^{-14}$.

Таким образом, модель нестационарных режимов комплекта РЛВД – Др принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = A_{\text{л}} T_0 P_0 \left[(x_3 / x_2)^2 - x_1^2 \right] \times \left\{ 1 + k_1 \left[\sqrt{x_3^2 + \delta} / (x_1 x_2 + \varepsilon) - 1 \right] \right\}; \\ \frac{dx_2}{dt} = \left\{ k_2 + k_3 \left[\sqrt{x_3^2 + \delta} / (x_1 x_2 + \varepsilon) \right]^{k_4} \right\} \times \left\{ 1 + k_1 \left[\sqrt{x_3^2 + \delta} / (x_1 x_2 + \varepsilon) - 1 \right] - x_2 \right\}; \\ \frac{dx_3}{dt} = \frac{T_0}{LP_0} \left[U_0^2 w - P_0 R_{\text{пот}} x_3 - U_0^2 x_3 / (x_1 x_2 + \varepsilon) \right]; \end{cases} \quad (15)$$

$$y_1 = x_3; \quad y_2 = x_3 / (x_1 x_2 + \varepsilon); \quad y_3 = x_1 x_2; \quad y_4 = x_3^2 / (x_1 x_2 + \varepsilon). \quad (16)$$

Модифицированная система ОДУ (15) представлена в нормальной форме, правая часть которой при произвольных физически допустимых начальных условиях является непрерывной по всем аргументам. При непрерывности входного воздействия $w = w(t)$ правая часть удовлетворяет по переменным $x_i = x_i(t)$, $i = \overline{1,3}$ условию Липшица с некоторой положительной константой M . Поэтому по теореме Коши начальная задача (14), (15) имеет, причем единственное, решение. Степень устойчивости численного решения определяется величиной константы Липшица M , что корректируется выбором параметров регуляризации ε и δ .

Требование экономного использования вычислительных ресурсов в условиях переменной жесткости системы обуславливает выбор для решения задачи Коши специальных численных методов, которые позволяют достаточно легко изменять порядок точности и шаг интегрирования. В современных программных средах с развитой системой математических вычислений, таких как MATLAB [10], содержатся солверы (решатели), которые отвечают предъявленным требованиям. Среди них наиболее эффективными в настоящее время признаны решатели, в частности, ode15s [10],

реализующие неявный многозначный метод Гира в представлении Нордсика [8, 9].

Итерационный расчет компонент решения. Пусть поставлена задача Коши для системы ОДУ:

$$x' = f(t, x), \quad t > t_0, \quad x(t_0) = x_0, \quad (17)$$

где t – независимая переменная; $x = x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))^T$ – вектор искомых функций размерности m , индекс T вверху – знак транспонирования; t_0 – заданное начальное значение независимой переменной; x_0 – заданный m -мерный вектор начальных значений вектора решения x ; $f(t, x)$ – известная функция.

Метод Гира опирается на формулы дифференцирования назад (ФДН) [8, 9] k -го порядка (используется односторонняя разностная производная). Он характеризуется автоматическим выбором шага интегрирования h и порядка точности k . В представлении Нордсика метод является самостартующим, что выгодно отличает его от других многозначных (многошаговых) методов: начиная расчет как метод первого порядка, по завершении разгонного участка, он стремится к максимально возможному для выбранной реализации порядку.

Следует заметить, что линейные ФДН-методы выше шестого порядка безусловно неустойчивы. Поэтому на практике используют $A(\alpha)$ -устойчивые методы [8, 9] с большим углом полураствора α порядка $k = \overline{1, 6}$, которые можно задать соотношением:

$$x_n = - \sum_{i=0}^{k-1} \alpha_i x_{n-k+i} + h\beta f(t_n, x_n), \quad (18)$$

где символами t_j и x_j обозначены значения соответствующих переменных в j -ом узле разностной сетки; h – шаг изменения независимой переменной; $\alpha_i, i = \overline{0, k-1}$ и β – постоянные коэффициенты, значения которых определяются порядком метода k . Величина k характеризует количество точек в шаблоне разностной схемы и порядок аппроксимации метода.

За Нордсиком на каждом n -ом шаге $n = 1, 2, \dots$ решение системы ОДУ представляется как нахождение набора с m аппроксимирующих полиномов k -го порядка, заданных вектором Нордсика

$$Z_n = \left(x_n^T, h x_n'^T, \frac{h^2 x_n''^T}{2!}, \dots, \frac{h^k x_n^{(k)T}}{k!} \right)^T \quad (19)$$

размерности $m(k+1)$. Здесь $x_n, x_n', x_n'', \dots, x_n^{(k)}$ – значения искомого решения и его производных до k -го порядка включительно в точке t_n .

Расчетная схема для текущего узла t_n интегрирования при выбранном шаге h :

$$Z_n^{(0)} = P Z_{n-1} \text{ (прогноз); } T \quad (20)$$

$$Z_n^{(s)} = Z_n^{(s-1)} - 1 \times \left\{ W_n^{(s-1)} \left[h f(t_n, x_n^{(s-1)}) - h x_n'^{(s-1)} \right] \right\} \text{ (коррекция). } \quad (21)$$

Здесь \times – знак прямого (декартового) произведения матриц; s – номер итерации по уточнению значения Z_n на текущем n -ом шаге, $s=1,2,\dots$; $x_{n,i} = Z_{n,i}$; $h x'_{n,i} = Z_{n,m+i}$, $i = \overline{1,m}$; $l = (l_0, l_1, l_2, \dots, l_k)^T$ – вектор коэффициентов Нордсика размерности $k+1$, значения которых определяются порядком метода k ; P – квадратная правая треугольная матрица Паскаля размерности $(k+1) \times (k+1)$ с ненулевыми элементами $P_{ij} = C_j^i$, $0 \leq i \leq j \leq k$, $i = \overline{0,k}$, $j = \overline{0,k}$; $W_n^{(s-1)}$ – вспомогательная квадратная матрица размерности $m \times m$, которая определяется соотношением:

$$W_n^{(s-1)} = [h l_0 \partial f(t_n, x_n^{(s-1)}) / \partial x - l_1 I]^{-1}, \quad (22)$$

где $\partial f(t_n, x_n^{(s-1)}) / \partial x$ – матрица Якоби размерности $m \times m$; I – единичная матрица той же размерности; индекс -1 вверху – знак обращения матрицы.

Оценка погрешности, автоматический выбор шага и порядка. Для вычисления локальной погрешности $\rho_{n,i}$ нахождения i -ой компоненты $x_{n,i}$, $i = \overline{1,m}$ вектора решения x на n -ом шаге используется приближенная формула:

$$\rho_{n,i} = C_{k+1} k! \nabla Z_{n,km+i} \quad (23)$$

где $\nabla Z_{n,km+i} = Z_{n,km+i} - Z_{n-1,km+i}$ – конечная разность назад; $C_{k+1} = -\beta/(k+1)$ – коэффициент.

Контроль точности на каждом n -ом шаге ведется по взвешенной норме локальной погрешности δ_n , которая определяется соотношением

$$\delta_n^2 = (C_{k+1} k!)^2 \sum_{i=1}^m (\nabla Z_{n,km+i} / P_{n,i})^2, \quad (24)$$

где $1/P_{n,i}$ – принятый вес i -ой составляющей на n -ом шаге. Требуется выполнение условия $\delta_n \leq \varepsilon_p$, где ε_p – заданная точность нахождения приближенного решения.

Пусть

$$E_k = \left(\frac{\varepsilon_p}{C_{k+1} k!} \right)^2; \quad V_{n,k} = \sum_{i=1}^m (\nabla Z_{n,km+i} / P_{n,i})^2; \quad \xi_k = \frac{1}{1,2} (E_k / V_{n,k})^{0,5/(k+1)}. \quad (25)$$

Если $V_{n,k} > E_k$, т.е. $\delta_n > \varepsilon_p$, то на данном n -ом шаге требуемая точность не достигнута. Тогда точка t_n и вычисленное в ней значение Z_n исключаются из рассмотрения. Выбирается меньший новый шаг h^* по формуле

$$h^* = \xi_k h \quad (26)$$

и вычисления повторяются, исходя из предыдущей точки t_{n-1} . При этом новые значения вектора Нордсика Z_{n-1}^* пересчитываются по формуле

$$Z_{n-1,jm+i}^* = \xi_k^j Z_{n-1,jm+i}, \quad \text{где } j = \overline{0,k}, \quad i = \overline{1,m}. \quad (27)$$

Если $V_{n,k} \leq E_k$, т.е. $\delta_n \leq \varepsilon_p$, то полученное приближение $x_{n,i} = Z_{n,i}$, $i = \overline{1, m}$ искомого решения удовлетворяет требуемой точности. Тогда t_n выбирается за новый исходный узел интегрирования. При этом шаг h остается прежним, если для коэффициента его изменения ξ_k выполняется условие $\xi_k < 1,1$. В противном случае принимается новое значение $h^* = \xi_k h$.

Для автоматического выбора порядка k нужно в текущей точке t_n дополнительно вычислить коэффициенты изменения шага ξ_{k-1} и ξ_{k+1} в предположении, что значение x_n получено соответственно методом порядка $k-1$ и $k+1$:

$$\xi_{k-1} = \frac{1}{1,3} \left(\frac{E_{k-1}}{V_{n,k-1}} \right)^{0,5/k}, \text{ где } E_{k-1} = \left(\frac{\varepsilon_p}{C_k k!} \right)^2 \text{ и } V_{n,k-1} = \sum_{i=1}^m (Z_{n,km+i} / P_{n,i})^2; \quad (28)$$

$$\xi_{k+1} = \frac{1}{1,4} \left(\frac{E_{k+1}}{V_{n,k+1}} \right)^{0,5/(k+2)}, \text{ где } E_{k+1} = \left(\frac{\varepsilon_p}{C_{k+2} (k+1)!} \right)^2 \text{ и } V_{n,k+1} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\nabla(\nabla Z_{n,km+i})}{P_{n,i}} \right)^2. \quad (29)$$

Здесь $\nabla(\nabla Z_{n,km+i}) = \nabla Z_{n,km+i} - \nabla Z_{n-1,km+i}$. Значения $\nabla Z_{n-1,km+i}$, $i = \overline{1, m}$ с исходного узла t_{n-1} следует сохранять в памяти.

Из трех рассмотренных значений $k-1$, k и $k+1$ выбирается тот порядок, которому соответствует максимальный по величине коэффициент изменения шага.

Перерасчет вектора Нордсика Z_n при изменении порядка метода осуществляется следующим образом:

- при уменьшении порядка на единицу нужно отбросить последние m компонент $Z_{n,km+i}$, $i = \overline{1, m}$ вектора Z_n , которые образуют блок $h^k x_n^{(k)} / k!$;
- при увеличении порядка на единицу нужно присоединить к концу вектора Z_n дополнительный блок, включающий компоненты $Z_{n,(k+1)m+i} = h^{k+1} x_{n,i}^{(k+1)} / (k+1)!$, $i = \overline{1, m}$. Можно положить

$$Z_{n,(k+1)m+i} \approx \nabla Z_{n,km+i} / (k+1), \quad i = \overline{1, m}. \quad (30)$$

Запуск вычислительного процесса. Самый первый шаг из начальной точки t_0 выполняется методом первого порядка. Для этого требуется знать начальный вектор $Z_0 = (x_0^T, h x_0'^T)^T$. Первый блок x_0 задан, а второй вычисляется по формуле

$$h x_0' = h f(t_0, x_0). \quad (31)$$

Следует заметить [8, 9], что при программной реализации метод (17) – (31) модифицируется с целью повышения численной устойчивости и уменьшения объема вычислений: матрица $W_n^{(s-1)}$ используется без изменения на нескольких итерациях; вводятся условия, уменьшающие частоту пересчета шага и порядка; при нарушении устойчивости вычисления конечных разностей, проявляющимся в трудностях выбора шага и порядка, расчет с исходной точки t_{n-1} производится заново, начиная с метода

первого порядку.

Заключення. В отличие от базовой модели (1) – (4) предложенная модификация (15), (16) обеспечивает существование и единственность решения при произвольных начальных условиях. Выбор эффективного численного метода для ее программной реализации позволяет производить устойчивые расчеты при ограниченных затратах вычислительных ресурсов. Эта модификация положена в основу создания методики исследования нестационарных режимов комплекта РЛВД – Др средствами имитационного моделирования в программной среде MATLAB с подсистемой SIMULINK.

Литература

1. Справочная книга по светотехнике / Под ред. Ю. Б. Айзенберга. – М.: Знак, 2006. – 972 с.
2. Рохлин Г. Н. Разрядные источники оптического излучения (обзор развития) / Г. Н. Рохлин // Светотехника. – 1995. – №4. – С. 34 – 51.
3. Краснопольский А. Е. Пускорегулирующие аппараты для разрядных ламп / Краснопольский А. Е., Соколов В. Б., Троицкий А. М. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 207 с.
4. Shvartsas M. A SPICE Compatible Model of High Intensity Discharge Lamps / M. Shvartsas, S. Ben-Yaakov // 30th IEEE power electronic specialists conference. V. 2. – № 1. – 1999. – P. 1037 – 1042.
5. Кончуковский Д. А. Моделирование электрических параметров газоразрядной лампы высокого давления / Д. А. Кончуковский // Электротехника и электроэнергетика. – 2010. – №1. – с.72 – 77.
6. Anton J. C. An Equivalent Conductate Model for High Intensity Discharge Lamps / J. C. Anton, C. Blanco, F. Ferrero, P. Roldan, G. Zissis. // Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting. Conference Record. – 2002. – V. 2. – №3. – P. 1494 – 1498
7. Клыков М. Е. Расчёты электрических цепей с разрядными лампами / Клыков М. Е., Краснопольский А. Е., Соколов В. Б. // Светотехника. – 2002. – №2. – С. 2 – 4.
8. Хайпер Э. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи / Э. Хайпер, Г. Ваннер. – М.: Мир, 1999. – 685 с.
9. Butcher J. C. Numerical Methods for Ordinary Differential Equations / J. C. Butcher. – Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2008. – 463 p.
10. Дьяконов В. П. MATLAB и SIMULINK для радиоинженеров / В. П. Дьяконов. – М.: ДМК-Пресс, 2011. – 976 с.

МОДИФІКОВАНА МОДЕЛЬ НЕСТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМІВ РОЗРЯДНОЇ ЛАМПИ ВИСОКОГО ТИСКУ З ІНДУКТИВНИМ БАЛАСТОМ

В. Ф. Харченко, О. А. Якунін

З метою забезпечення існування та єдиності розв'язку відповідної початкової задачі і підвищення чисельної стійкості її програмної реалізації, модифікована диференціально-алгебраїчна модель перехідних процесів у комплекті розрядна лампа високого тиску – дросель.

MODIFIED MODEL OF NONSTEADY MODES HIGH PRESSURE DISCHARGE LAMP WITH THE INDUCTIVE BALLAST

V. F. Kharchenko, A. A. Yakunin

The purpose of existence maintenance and solution uniqueness of a corresponding initial problem and for increase of numerical stability of embodying in program is modified for differential-algebraic model of transients in set a high pressure discharge lamp – a choke.